

1.Dinàmica de Rotació

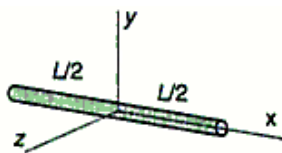
$$e = \theta r ; v = \omega r ; a = \alpha r$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \quad ; \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

$$\text{Moment d'Inèrcia : } I = m r^2$$

$$M = r F ; \quad \sum M = I \cdot \alpha \quad ; \quad W = M \cdot \theta ; \quad W = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad ; \quad \text{Pot} = \Gamma \cdot \omega$$

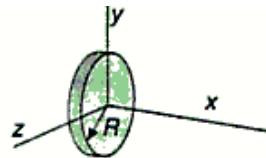
$$\text{Principi de conservació del moment angular : } I_0 \cdot \omega_0 = I_F \cdot \omega_F$$



Barreta

$$I_x = 0$$

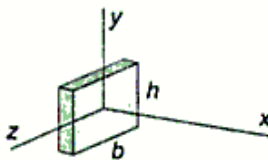
$$I_y = I_z = \frac{1}{12} m L^2$$



Placa circular

$$I_x = \frac{1}{2} m R^2$$

$$I_y = I_z = \frac{1}{4} m R^2$$

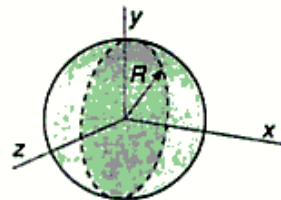


Placa rectangular

$$I_x = \frac{1}{12} m (b^2 + h^2)$$

$$I_y = \frac{1}{12} m b^2$$

$$I_z = \frac{1}{12} m h^2$$

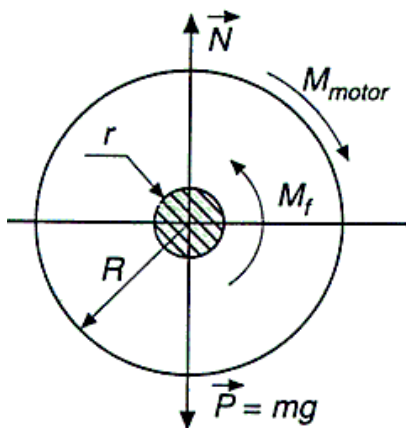


Esfera

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} m R^2$$

Exercicis :

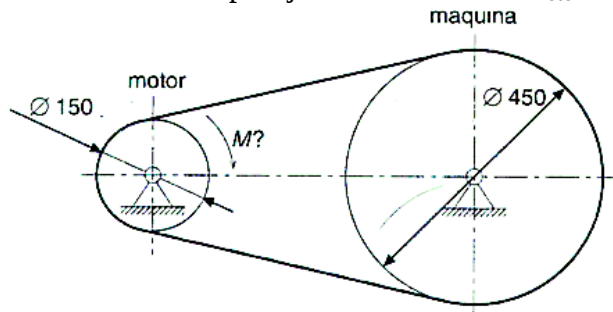


1. Una roda massissa de 250 Kg de massa i 50 cm de diàmetre està muntada sobre un eix de 60 mm de diàmetre, amb uns rodaments que tenen un coef. de fricció del 0,05 .Calcula el moment que cal aplicar per assolir una velocitat de rotació de 3000 rpm en 20s a partir del repòs .

2. Calcula el parell generat per les forces de fricció en una mola amb un moment d'inèrcia de 0,6 kg m² que gira a 3000 rpm i s'atura 2 minuts després de desconectar-la.

3. Calcula el moment o parell d'un motor que subministra una potència de 5 CV quan gira a 1450 rpm . Calcula també el treball o energia consumida durant 8 hores amb un rendiment del 75 %.

4. Una màquina és accionada per un motor a través d'una transmissió per politges . El diàmetre de la politja del motor és $D_{\text{motor}} = 150 \text{ mm}$ i el de la polija de l'eix de la



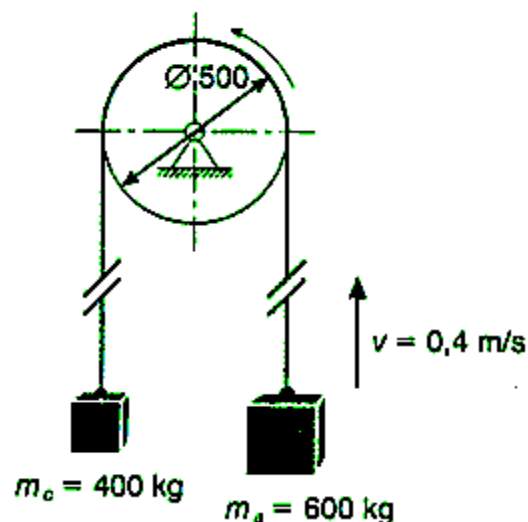
màquina és $D_{\text{màquina}} = 450 \text{ mm}$. La inèrcia de la màquina referida al seu eix és equivalent a un moment d'inèrcia de $I = 12 \text{ Kg m}^2$. Cal determinar el moment que el motor ha de subministrar per tal que la màquina passi de 0 a 500 rpm en un temps màxim de 5 s .

5. Calcula la potència desenvolupada per un motor que gira a 1450 rpm i que acciona directament un tambor de 300mm de diàmetre sobre el qual s'enrotlla un cable del qual hi ha suspesa una càrrega d'1,5 kN.

6. En una màquina hi ha un volant amb una inèrcia de 250 kg i 50 cm de diàmetre ,muntat sobre un eix amb un moment de fricció de 15 Nm. Calcula la potència que cal per accelerar-lo des del repòs fins a 250 rpm en un temps màxim de 3 segons . Quina serà l'energia que acumularà quan giri a 100 rpm ?

7. Es vol acoblar un motor elèctric que consumeix 4 CV a 1450 rpm a plena càrrega , amb un rendiment del 85% , a una màquina . Si el moment d'inèrcia total aplicat al motor és de 10 kg m^2 , calcula el temps que el motor trigarà a assolir la velocitat de càrrega ,considerant que el moment que genera és constant de de l'arrencada .

8. En un ascensor ,la cabina té una massa de 600 kg i el contrapès de 400 kg. La politja que enllaça les dues masses té un diàmetre de 500 mm i un moment d'inèrcia $I = 6 \text{ kg m}^2$. El total de les forces passives generen un moment de fricció $M_f = 30 \text{ Nm}$ a l'eix de la politja , i es vol determinar el moment que cal aplicar a l'eix de la politja per tal que la cabina adquireixi una velocitat d'ascensió de $v = 0,4 \text{ m/s}$ en un temps màxim d'1 s.



9. Una politja massissa de 100 kg de massa i 400 mm de diàmetre està muntada sobre un eix de 40 mm de diàmetre que gira a 3 rad/s sobre uns suports amb un coef. de fricció de 0,1 . Calcula el temps que trigarà en aturar-se la politja si no actua cap altra força excepte la de fricció.

10. Una màquina du un volant d'inèrcia de 100 kg format per un disc massís de 500 mm de diàmetre que gira a 300 rpm. Si les forces de fricció originen un moment de 2 Nm, determina el moment de frenada necessari per aturar el volant en un temps de 30 s. Calcula també l'energia calorífica total dissipada en la frenada.

11. Per accionar una màquina s'utilitza una transmissió per engranatges. L'engranatge motriu té un nombre de dents $Z_{\text{motor}} = 36$ i l'engranatge connectat a la màquina $Z_{\text{maq}} = 84$. Si l'engranatge motriu, que té una inèrcia negligible, rep un moment constant de 30 Nm i el moment d'inèrcia total associat a l'eix de la màquina és de 20 kg m^2 , determina el temps necessari per tal que sortint del repòs la màquina assoleixi una velocitat de rotació de 600 rpm.

12. En un ascensor, la cabina té una massa de 800 kg i el contrapès de 500 kg. La politja té un diàmetre de 600 mm i un $I = 10 \text{ kg m}^2$ i va muntada sobre un eix de 40 mm de diàmetre que gira sobre uns coixinets amb un coef. de fricció dinàmic $\mu_d = 0,1$. Calcula : a) El moment que cal aplicar a la politja per tal que la cabina pugi a una velocitat constant de 0,2 m/s.

b) El moment d'arrencada que cal aplicar a la politja per tal que la cabina assoleixi la velocitat anterior en un temps de 0,5 s.

13. Un motor fa moure una màquina per mitjà d'un reductor construït amb una transmissió per corretja. La politja del motor té 150 mm de diàmetre i la de l'eix de la màquina 450 mm. La inèrcia de la màquina és equivalent a un moment d'inèrcia al seu eix de 180 kg m^2 , mentre que les inèrcies del motor i de les politges són negligibles. Determina la potència del motor perquè en un temps de 30 s faci girar la màquina a 300 rpm.

14. Una roda massissa de 250 kg de massa i un diàmetre de 50 cm està muntada sobre un eix de diàmetre 60 mm que té uns coixinets amb un coef. de fricció de 0,05. Si la roda gira a 500 rpm, calcula el parell de frenada que caldrà aplicar-li per tal que s'aturi en un minut.

15. En un ascensor la cabina té una massa de 600 kg i el contrapès de 300 kg. La politja que enllaça les dues masses té un diàmetre de 400 mm i un moment d'inèrcia negligible. Si el total de les forces passives genera un moment de 50 Nm a l'eix de la politja, calcula :

- La potència que hauria de desenvolupar el motor per accionar el sistema fent pujar la cabina a una velocitat constant de 0,4 m/s.
- El moment que cal aplicar a l'eix de la politja per tal que la cabina adquireixi la velocitat indicada (0,4 m/s) en un temps màxim d'1 s.

16. Una màquina és accionada per un motor a través d'un reductor format per dos engranatges amb un moment d'inèrcia negligible de $Z_1 = 24$ i $Z_2 = 96$, respectivament. El moment d'inèrcia total de la màquina referit al seu eix és $I_G = 100 \text{ kg m}^2$. Si el motor té una potència $P = 30 \text{ kW}$ a 1450 rpm i subministra sempre el mateix moment de l'arrencada, calculeu :

- El moment que actua a l'eix de la màquina a la velocitat de règim si el rendiment de la transmissió és del 90%.
- El temps que trigarà a girar a la velocitat de règim ?



17. Tenim una polidora amb un moment d'Inèrcia $I = 0,75 \text{ Kg m}^2$ muntada sobre un eix amb un moment de fricció de 20 N m .

Potència necessària per arrancar la polidora en mig minut fins a 2000 rpm

18. L'engranatge d'un mecanisme de moli s'hi pot considerar un anell de 200 Kg ($I = mR^2$) i $\phi = 60 \text{ cm}$, muntat sobre un eix que té una fricció de 40 N.m . Quin parell necessitem per accelerar-lo desde 100 rpm a 300 rpm en un màxim de 5 segons

19. Un motor d'un Fòrmula 1 consumeix **1000 CV**. Si sapiguem que :

- El moment d'inèrcia total del motor és de **$30 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$**
- Les pèrdues són del **40 %**

Esbrina :

a) Les rpm del motor després de **7 segons**

b) El parell Motor d'arrencada

c) Quin Parell de frenada aplicarem si volem obtenir el mateix regim de voltes en **12 segons**

20. La plataforma d'un mecanisme d'una atracció de fira es pot considerar un disc massís de **250 Kg** ($I = \frac{1}{2} m R^2$) i **$1,5 \text{ m}$** de diàmetre muntat sobre un eix que té una fricció de **10 N.m** . Quin **parell de frenada** necessitem per aturar la plataforma en **6 segons** si la velocitat inicial és de 50 rpm . Quina **potència** és dissiparà en la frenada ?

21. Una roda massisa de 250 Kg de massa i un diàmetre de 50 cm està muntada sobre un eix de diàmetre 60 mm que té uns coixinets amb un coeficient de fricció de $0,05$. Si la roda gira a 500 rpm , calcula el parell de frenada que caldrà aplicar-li per tal que s'aturi després de 10 voltes .

22. L'engranatge d'un mecanisme de moli s'hi pot considerar un anell de 200 Kg ($I = mR^2$) i $\phi = 60 \text{ cm}$, muntat sobre un eix que té una fricció de 40 N.m . Quin parell necessitem per accelerar-lo desde 100 rpm a 300 rpm en un màxim de 5 segons ?